

Labor Fluidmechanik I

Prof. Dr.-Ing. J.A. Szymczyk
Dipl. Ing. T. Panten

FLM 0

Grundlagen Fluidmechanik

1 Physikalische Eigenschaften von Fluiden

Strömungsvorgänge durchdringen viele Bereiche von Natur und Technik. Im Rahmen ihrer Untersuchung steht zunächst die Betrachtung der Eigenschaften vom strömenden Fluiden im Vordergrund. Dabei sind insbesondere die folgenden physikalischen Stoffeigenschaften von Bedeutung:

- Kompressibilität
- Viskosität
- Schallgeschwindigkeit
- Oberflächenspannungen und Kapillarität
- thermische Stoffeigenschaften
- Wärmeausdehnung von Flüssigkeiten

Da es sich bei den Versuchen im Labor Strömungstechnik um geschlossene Strömungen ohne freie Oberflächen handelt, wird die Problematik der Oberflächenspannungen und Kapillarität nicht näher behandelt. Es sei hier auf die Vorlesung "Strömungstechnik" verwiesen. Auch auf die thermischen Stoffeigenschaften (spezifische Wärmekapazität, Gaskonstante, Dichte) und ihre Abhängigkeiten soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, da sie in der Vorlesung "Wärmelehre" Gegenstand sind. Auch die Wärmeausdehnung ist sehr gering und muss für Flüssigkeiten nur in Sonderfällen beachtet werden. Im Folgenden werden die Stoffeigenschaften, soweit sie bei den Versuchen relevant sind, näher betrachtet:

1.1 Kompressibilität

Die Kompressibilität bezeichnet die Zusammendrückbarkeit eines Fluids. Im Gegensatz zur Wirkung von Tangentialkräften verhalten sich Fluide unter Einfluss von Normalkräften wie *Hooke'sche* Körper, nämlich elastisch. Ihre Zusammendrückbarkeit ist aber im Gegensatz zum starren Molekülverband des Festkörpers einerseits wegen der leichten gegenseitigen Verschiebbarkeit der Moleküle und andererseits infolge ihrer wesentlich größeren gegenseitigen Abstände bedeutend größer.

a) Kompressibilität von Flüssigkeiten

Bei der Beschreibung und Berechnung der meisten realen Strömungszustände der Hydrostatik und Hydrodynamik kann die Kompressibilität der Flüssigkeiten vernachlässigt werden. Man bezeichnet derartige Vorgänge dann als inkompressible Strömungen. Bei hohen Drücken, Druckstößen und bei schnell veränderlichen Vorgängen muss jedoch die Kompressibilität der Flüssigkeiten berücksichtigt werden. Derartige Vorgänge laufen z.B. in Düsenleitungen von Dieselmotoren oder in Hydraulikanlagen ab.

b) Kompressibilität von Gasen

Für Gase gelten die Gesetze der inkompressiblen Medien, wenn die Druckunterschiede klein bleiben und die Strömungsgeschwindigkeit geringer als ein Drittel der Schallgeschwindigkeit im Fluid ist. Bezogen auf die Dichteänderung gilt:

Ein Strömungsvorgang kann als inkompressibel behandelt werden, solange die relative Dichteänderung sehr klein bleibt, also

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \ll 1$$

Gl:1

Zur Bestimmung der Volumen- oder Dichteänderung kann die allgemeine Zustandsgleichung für Gase verwendet werden. Der *E-Modul* für Luft im Normzustand beträgt $0,1 \text{ N/mm}^2$, Luft ist demnach ungefähr 20.000-mal so kompressibel wie Wasser.

1.2 Viskosität

Unter Viskosität versteht man die Eigenschaft eines fließfähigen (vorwiegend flüssigen oder gasförmigen) Stoffes, beim Verformen eine Spannung (Schub- oder Tangentialspannung) aufzunehmen, die von der Verformungsgeschwindigkeit abhängt. Die Viskosität ist demnach ein Maß für die durch innere Reibung bestimmte Verschiebbarkeit der Fluidteilchen gegeneinander.

Es wird unterschieden in

- die dynamische Viskosität η
- die kinematische Viskosität ν

Nach ihrem Fließverhalten werden Fluide in *Newton'sche* und nicht *Newton'sche* Fluide unterschieden.

Newton'sche Fluide verhalten sich nach dem *Newton'schen* Reibungsgesetz.

Die dynamische Viskosität η wird folgendermaßen definiert:

In einer laminaren Parallelströmung, in der senkrecht zur Strömungsrichtung ein lineares Geschwindigkeitsgefälle dw_x/dy herrscht (*Bild 1*), entsteht folgende Schubspannung τ :

$$\tau = \eta \cdot \frac{dw_x}{dy} \quad \text{Gl:2}$$

$$\Delta w_x \approx dw_x = w_{x2} - w_{x1} \quad \text{Gl:3}$$

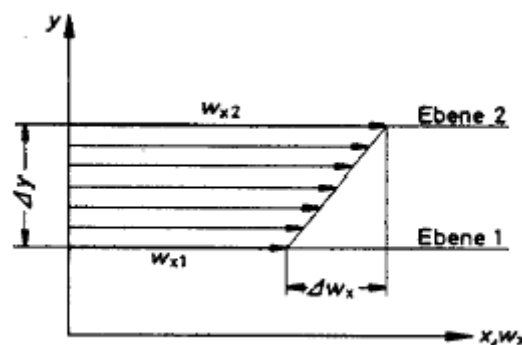


Bild 1: Definition der dynamischen Viskosität

Die dynamische Viskosität η hat die Einheit $[Pas = kg/ms]$. Der Quotient aus dynamischer Viskosität und Dichte des Fluids wird nach *Maxwell* als kinematische Viskosität ν definiert:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \text{Gl:4}$$

Als SI- Einheit wird für ν $[m^2/s]$ verwendet. Die Viskosität ist abhängig von der Temperatur und dem Druck. Es lassen sich folgende Aussagen treffen:

- Die Viskosität von Flüssigkeiten nimmt aufgrund der Abhängigkeit von den Adhäsionskräften zwischen den einzelnen Flüssigkeitsschichten mit zunehmender Temperatur ab (Bild 2).

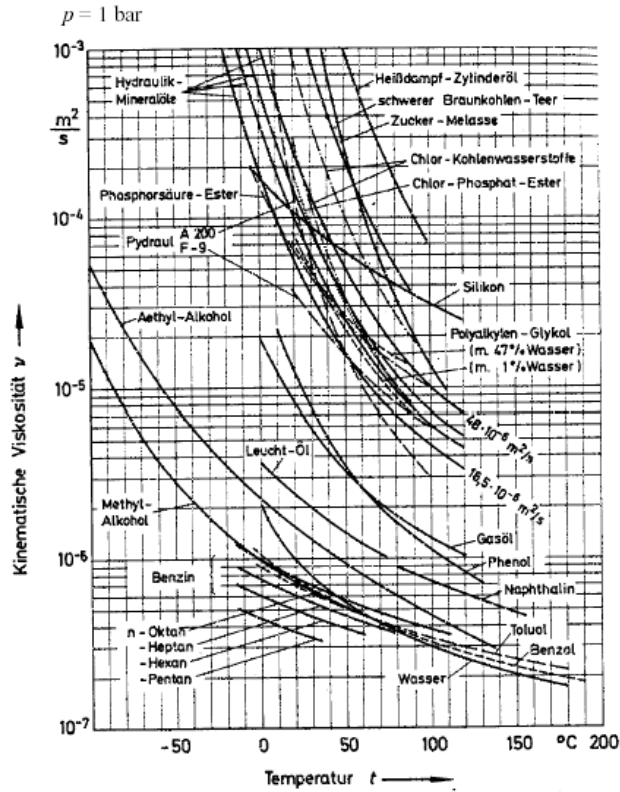


Bild 2: Kinematische Viskosität von Flüssigkeiten

- Die Viskosität von Gasen nimmt aufgrund der Zunahme der Bewegungsenergie der Gasmoleküle mit steigender Temperatur zu (Bild 3)

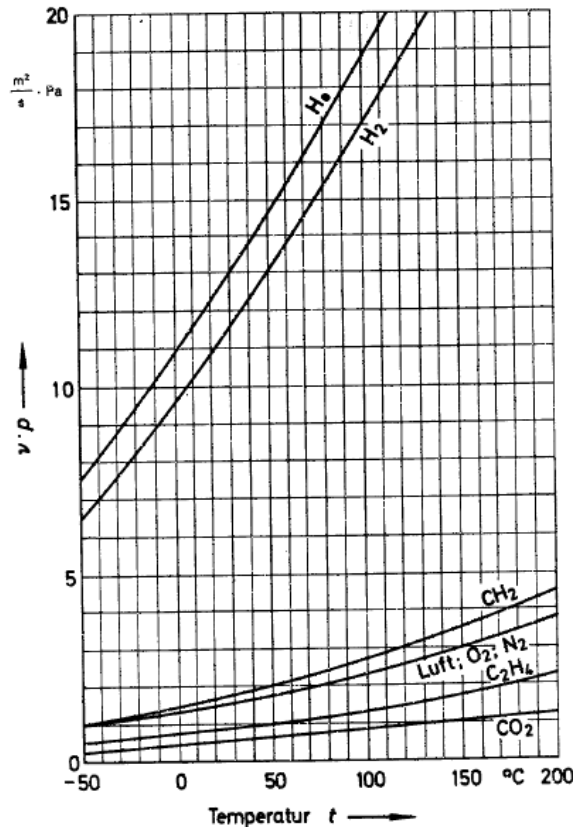


Bild 3: Dynamische Viskosität von Gasen

Die Druckabhängigkeit ist für Gase, die nicht wesentlich vom idealen Zustand abweichen sowie für Flüssigkeiten, vernachlässigbar klein.

Bei sehr hohem Druck ist auch in Flüssigkeiten eine Viskositätsveränderung zu beobachten (Bild.4).

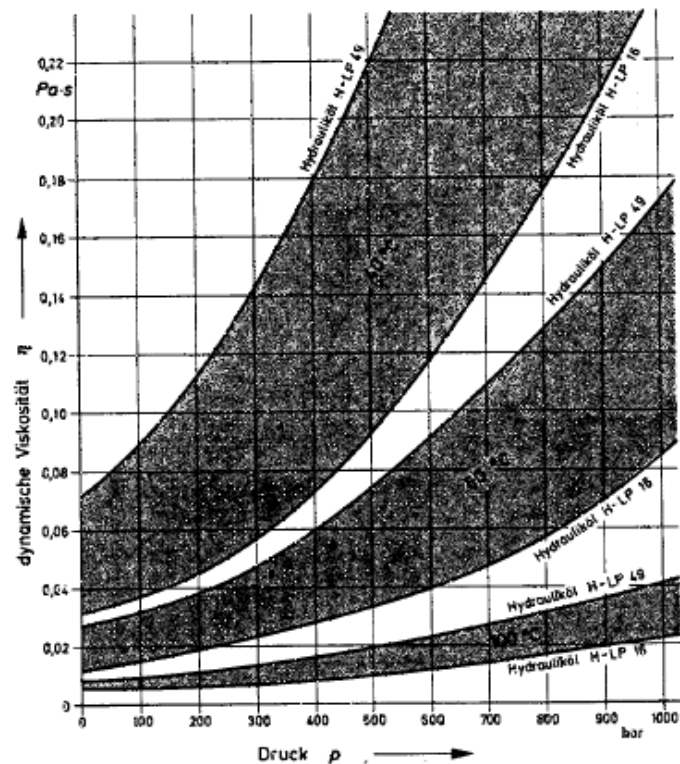


Bild 4: Dynamische Viskosität von Hydraulikölen (nach Fa. BP)

Auf die nicht *Newton* 'schen Fluide soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, da sie nicht Gegenstand des Labors Strömungstechnik sind.

1.3 Schallgeschwindigkeit

Ist das Fluid inkompressibel, so kann sich eine im Inneren des Fluids erzeugte kleine Druckstörung als schwache Druckwelle (Longitudinalwelle) allseitig wie der Schall ausbreiten. Örtliche Druckänderungen bringen aber örtliche Dichteänderungen mit sich. Die Schallgeschwindigkeit a ist somit die Ausbreitungsgeschwindigkeit, mit der sich kleine Druckstörungen (Schall) und damit auch Dichteänderungen in einem Medium fortpflanzen. Schallwellen (periodische Aufeinanderfolge von Verdichtung und Entspannung des Fluids) sind deshalb elastische Longitudinalwellen. Die Schallgeschwindigkeit hat eine große Bedeutung bei der Konstruktion und im Betrieb von Strömungsmaschinen. Ihr Auftreten oder Entstehen ist oft unerwünscht.

Die Schallgeschwindigkeit beträgt für die **Luft 343 m/s** und die für das **Wasser 1437 m/s**.

2 Grundbegriffe

2.1 Strömungsgruppen

Nach ihrer räumlichen Ausdehnung werden Strömungen in 3 Gruppen unterteilt:

- Eindimensionale Strömung (Linienströmung),
- Zweidimensionale Strömung (Flächenströmung)
- Dreidimensionale Strömung (Raumströmung)

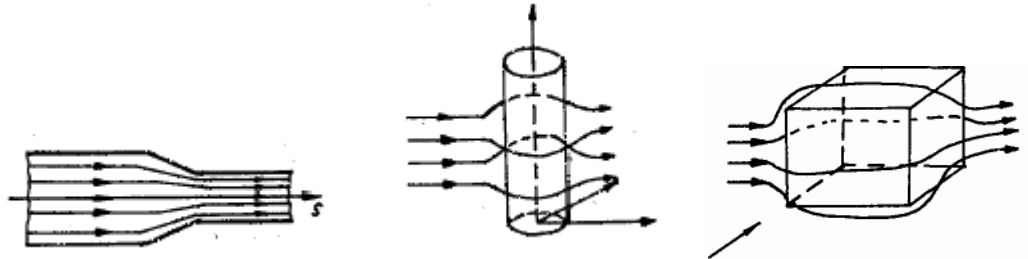


Bild 5: Ein-, zwei- und dreidimensionale Strömung

2.2 Strömungsgeschwindigkeit

Die Strömungsgeschwindigkeit ist zunächst wie in der Physik allgemein als Wegänderung je Zeiteinheit definiert. Darüber hinaus unterscheidet man zum einen die lokale Strömungsgeschwindigkeit \vec{w} :

$$\vec{w} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad \text{Gl:5}$$

als Geschwindigkeitsvektor eines einzelnen Massenelementes des Fluids. Zum anderen definiert man die mittlere Strömungsgeschwindigkeit \bar{w} :

$$\bar{w} = \frac{1}{A} \int_A w dA \quad \text{Gl:6}$$

als Mittelwert der Geschwindigkeit über den Strömungsquerschnitt. Sie wird in der Praxis häufig mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung bestimmt.

2.3 Strömungsfeld

Zeichnet man in einer Strömung an verschiedenen Stellen die Geschwindigkeitsvektoren \vec{w} ein, erhält man ein Strömungsfeld.

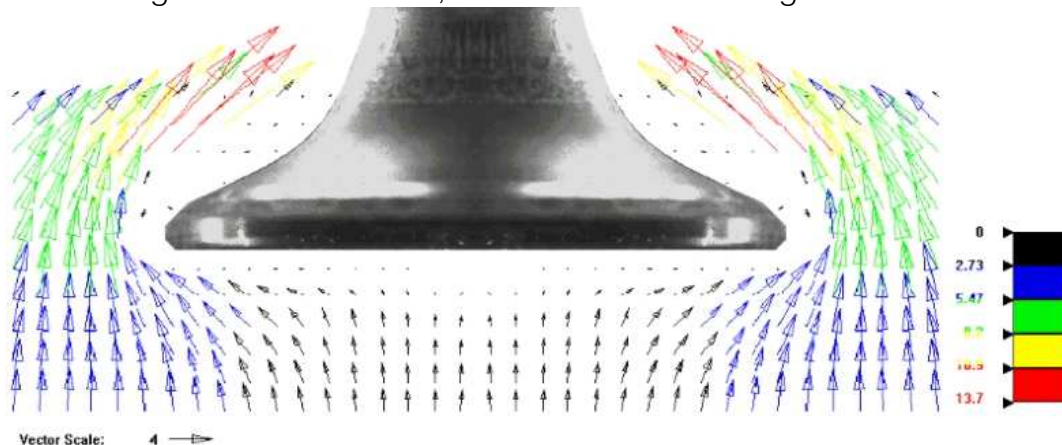


Bild 6: Strömungsfeld bei Ventulumströmung.

2.4 Strombahn

Als Strombahn wird der Weg s bezeichnet, den ein Fluidteilchen mit der Geschwindigkeit w in der Zeit t zurücklegt:

$$s = \int_0^t w dt \quad \text{Gl:7}$$

2.5 Stromlinie

Eine Stromlinie entsteht durch die Verbindung der Angriffspunkte von Geschwindigkeitsvektoren so dass die Vektoren zu Kurventangenten werden. Stromlinien dienen zur grafischen Veranschaulichung von Strömungsbildern (*Bild 7*) und können experimentell z.B. in so genannten Windkanälen ermittelt werden.

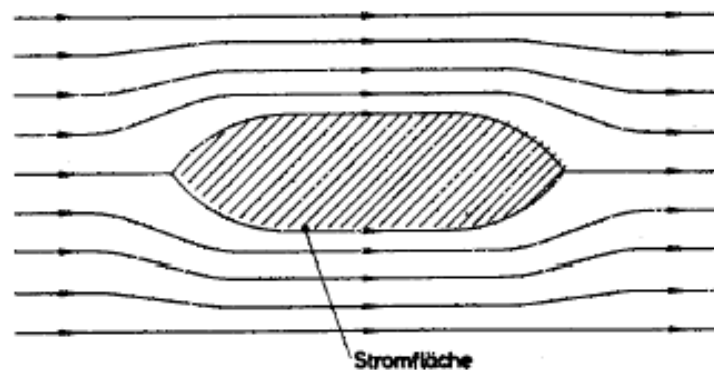


Bild 7: Strömungsbild eines angeströmten Körpers

Ein umströmter Körper wird durch Stromlinien eingehüllt. Die Gesamtheit aller einen Körper umhüllenden Stromlinien wird als Stromfläche bezeichnet. Stromlinien können nicht geknickt sein und sich nicht schneiden, da an einem Punkt nicht zugleich zwei verschiedene resultierende Fluidgeschwindigkeiten möglich sind.

2.6 Stromröhre, Stromfaden

Eine Stromröhre wird durch ein Bündel von Stromlinien gebildet, das von einer ortsfesten geschlossenen Kurve umschlungen wird (*Bild 8*).

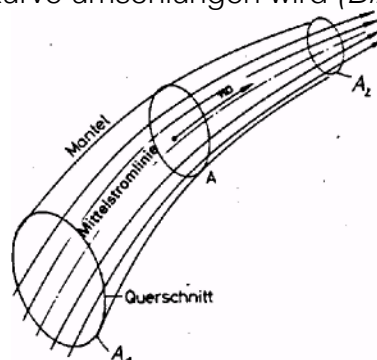


Bild 8: Stromröhre

Für die mathematische Beschreibung von Strömungsvorgängen erweist es sich als zweckmäßig, Stromröhren in ihrer Länge zu begrenzen. Auf diese Weise entsteht ein Strömungssystem, das begrenzt wird durch - den Mantel der Stromröhre

den Eintrittsquerschnitt A_1
den Austrittsquerschnitt A_2 .

Durch die Mantelfläche der Stromröhre tritt kein Massenfluss hindurch, da die Geschwindigkeitsvektoren tangential verlaufen. Der Massenstrom kann so nur über den Ein- und Austrittsquerschnitt A_1 und A_2 erfolgen. Den Inhalt einer Stromröhre bezeichnet man als Stromfaden.

2.7 Stromfadentheorie

Nach der Stromfadentheorie ist es möglich, die ganze Strömung als einen einzigen Stromfaden zu betrachten, z.B. die Strömung durch ein Rohr oder durch den Kanal eines radialen Laufrades von Strömungsmaschinen. Die Innenwand des Rohres oder des Laufradkanals stellt dann den Mantel der Stromröhre dar. Auf diesen Stromfaden können die Bewegungsgleichungen angewendet werden, so dass sich relativ einfache Beziehungen ergeben.

2.8 Wirbel

In Strömungen entstehen Wirbel, wenn die Fluidteilchen Rotationen um ihre eigene Achse oder eine andere Bezugsachse ausführen.

2.9 Strömungsverluste

Wie alle technischen Vorgänge ist auch eine Strömung nicht verlustfrei. Die Ursachen dieser Verluste sind unterschiedlich, z.B. treten sie vor allem durch Reibung zwischen Fluid und den Wänden des Strömungskanals sowie Wirbelbildung auf. Die Strömungsverluste äußern sich in den Druck- und Geschwindigkeitsverhältnissen und müssen bei der Auslegung und beim Betrieb von strömungstechnischen Anlagen berücksichtigt werden.

2.10 Stationäre und instationäre Strömung

Wenn bei einem Strömungsvorgang die Strömungsgrößen (c , p , ρ , T) nur ortsabhängig und damit zeitlich konstant sind, so ist die Strömung stationär. Viele praktische Strömungsvorgänge lassen sich relativ einfach und in guter Näherung als stationär betrachten. Dagegen wird eine zeitabhängige Strömung mit ständig wechselndem Strömungsbild als instationär bezeichnet.

3 Grundgleichungen der Hydrodynamik

Die Grundgleichungen der Hydrodynamik werden aus 4 physikalischen Grundgesetzen abgeleitet:

- Satz von der Erhaltung der Masse,
- Satz von der Erhaltung der Energie,
- Impulssatz,
- Drallsatz.

3.1 Kontinuitätsgleichungen

3.1.1 Inkompressible Strömung

Da für die inkompressible Strömung $\rho = \text{konst.}$ gilt und kein Massenstrom durch den Mantel der Stromröhre austritt, muss bei stationärer Strömung nicht nur der Massenstrom sondern auch der Volumenstrom \dot{V} konstant bleiben. Es gilt:

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot w = \text{konst} \quad \text{Gl:8}$$

mit $\rho = \text{konst}$ ergibt sich

$$\dot{V} = A \cdot w = \text{konst} \quad \text{Gl:9}$$

mit A - Strömungsquerschnitt senkrecht (normal) zur Mittelstromlinie und zur Strömungsgeschwindigkeit w

Bezogen auf die Strömungsgeschwindigkeit bedeutet Gl.10, dass sich diese umgekehrt proportional zur Querschnittsfläche ändert, d.h. bei in Strömungsrichtung abnehmenden Querschnitten nimmt die Strömungsgeschwindigkeit zu und umgekehrt. Bild 9 veranschaulicht diese Zusammenhänge.

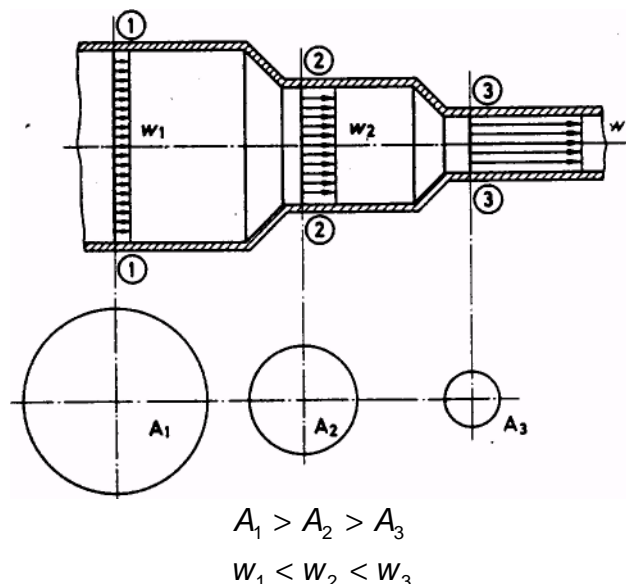


Bild 9: Veranschaulichung der Kontinuitätsgleichung

$$A_1 \cdot w_1 = A_2 \cdot w_2 = A_3 \cdot w_3 \quad \text{Gl:10}$$

Gl.9 gilt auch für instationäre, inkompressible Strömungen; jedoch nur für ein differentiell kleines Zeitintervall dt .

3.1.2 Kompressible Strömung

Die Kontinuitätsgleichung für kompressible Strömungen kann ausgehend von Bild 10 auf der Basis des Massenerhaltungssatzes und unter Berücksichtigung der veränderlichen Dichte abgeleitet werden:

$$A_1 \cdot w_1 \cdot \rho_1 = A_2 \cdot w_2 \cdot \rho_2$$

Gl:11

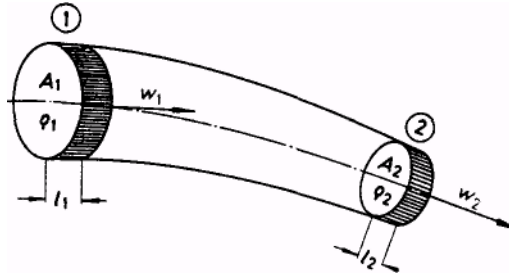


Bild 10: Ableitung der Kontinuitätsgleichung

Um bei vorgegebenem Querschnittsverlauf $A = f(l)$ und bekannten Werten von w_1 und ρ_1 die an einer anderen Stelle A_2 der Stromröhre auftretende Geschwindigkeit w_2 und Dichte ρ_2 zu berechnen, sind die Tendenz der Querschnittsveränderung und die Strömungsgeschwindigkeit in Bezug auf die Schallgeschwindigkeit zu berücksichtigen (Bild 11).

Kanalform	Unterschallbereich	Überschallbereich
	Expansion (Düse) $w_2 > w_1$ $\rho_{2st} < \rho_{1st}$ $T_2 < T_1$ $\rho_2 < \rho_1$	Kompression (Diffusor) $w_2 < w_1$ $\rho_{2st} > \rho_{1st}$ $T_2 > T_1$ $\rho_2 > \rho_1$
	Kompression (Diffusor) $w_2 < w_1$ $\rho_{2st} > \rho_{1st}$ $T_2 > T_1$ $\rho_2 > \rho_1$	Expansion (Düse) $w_2 > w_1$ $\rho_{2st} < \rho_{1st}$ $T_2 < T_1$ $\rho_2 < \rho_1$

Bild 11: Unterschiedliches Verhalten von Düse und Diffusor

3.2 Energiegleichungen

3.2.1 Inkompressible Strömung

Ausgangspunkt für die Ableitung der Energiegleichung ist die Energiebilanz einer Stromröhre (Bild 12).

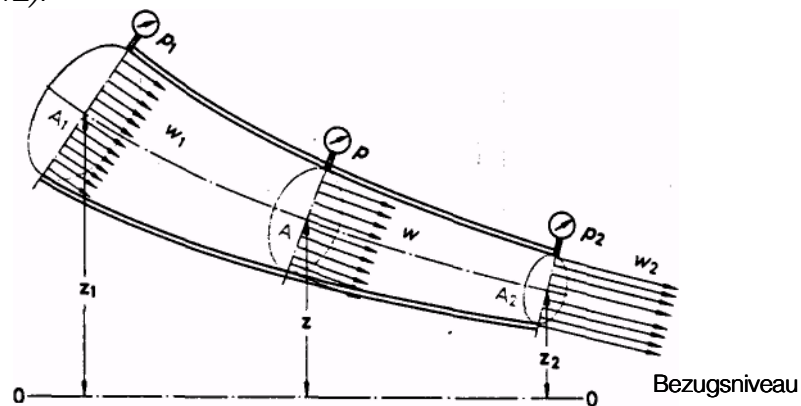


Bild 12: Stromröhre zur Ableitung der Energiegleichung

Die Strömung soll reibungsfrei und stationär verlaufen und es erfolgt weder eine Energiezu- noch -abfuhr. Die Energiebilanz für die Stromröhre ergibt sich somit entsprechend Tab. 1.

Tabelle 1: Energiebilanz für die inkompressible Strömung

	Zustand 1	Zustand 2
Lagenenergie (potentielle Energie)	$m \cdot g \cdot z_1$	$m \cdot g \cdot z_2$
Druckenergie	$V \cdot p_1 = \frac{m}{\rho} \cdot p_1$	$V \cdot p_2 = \frac{m}{\rho} \cdot p_2$
Bewegungsenergie (kinetische Energie)	$m \cdot \frac{w_1^2}{2}$	$m \cdot \frac{w_2^2}{2}$

Geht man weiter von einer konstanten inneren Energie aus und vernachlässigt andere Energieformen (chemische, elektrische und magnetische), so führt das nach dem Energieerhaltungssatz:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = \text{konst.} \quad \text{Gl:12}$$

auf die Energiegleichung in Geschwindigkeitsform:

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 \quad \text{Gl:13}$$

- z - Höhe
- p - statischer Druck
- ρ - Dichte der Flüssigkeit
- w - Strömungsgeschwindigkeit

Die Konstante hat in dieser Gleichung die Dimension einer spezifischen Energie, d.h. [J/kg]. Wird (Gl.12) durch g dividiert, so erhält man die Energiegleichung in Höhenform:

$$\frac{w_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{w_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 \quad \text{Gl:14}$$

In dieser Form hat die Konstante die Dimension einer Höhe. Bild13 veranschaulicht die Zusammenhänge grafisch.

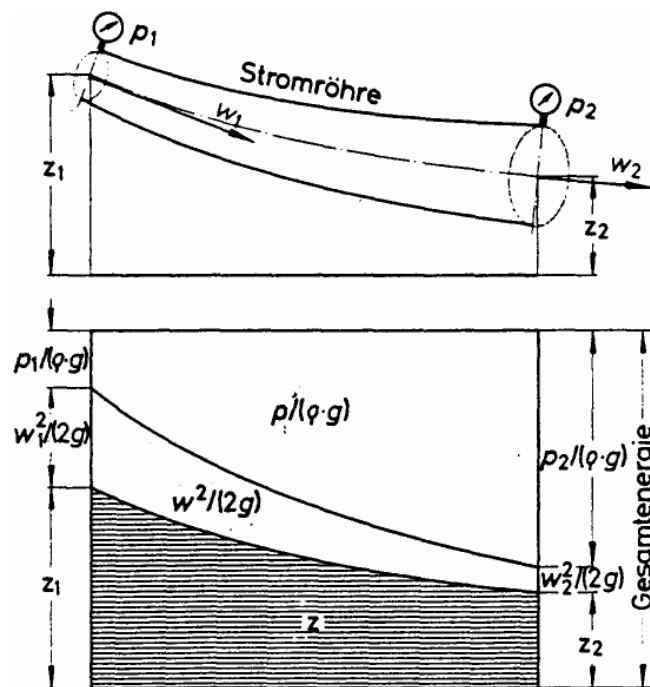


Bild 13: Grafische Darstellung der Bernoulli - Gleichung

Multipliziert man die Gleichung (12) mit der Dichte ρ , so entsteht die Energiegleichung in Druckform:

$$\frac{\rho \cdot w_1^2}{2} + p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{\rho \cdot w_2^2}{2} + p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 \quad \text{Gl:15}$$

Anhand dieser Form der Energiegleichung sind verschiedene Grundbegriffe des Druckes in Strömungen anschaulich zu erläutern. Betrachtet man eine horizontale Stromröhre, so entfällt das Glied $\rho \cdot g \cdot z$, da $z = konst.$ ist.

$$\frac{\rho \cdot w_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \cdot w_2^2}{2} + p_2 \quad \text{Gl:16}$$

In dieser Gleichung bezeichnet man p als statischen Druck p_{st} (wirkt nach allen Seiten gleichmäßig) und $\frac{\rho}{2} \cdot w^2$ als dynamischen Druck p_{dyn} , auch Staudruck genannt (wirkt nur in Strömungsrichtung). Die Summe beider Drücke ist der Gesamtdruck p_{ges} ;

$$p_{st} + p_{dyn} = p_{ges} \quad \text{Gl:17}$$

Diese Zusammenhänge sind auch bei der Messung der Strömungsgeschwindigkeit mit Staurohren und Sonden von Bedeutung.

3.2.2 Kompressible Strömung

In der kompressiblen Strömung ist neben den Energieformen lt. *Tab. 1* noch die innere Energie u von Bedeutung. Damit erhält der Energiesatz die folgende Form:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z + u = \text{konst.} \quad \text{Gl:18}$$

Ableitung auf die Energiegleichung in Geschwindigkeitsform:

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 + u_1 = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + u_2 \quad \text{Gl:19}$$

Da man bei den meisten Gas- und Dampfströmungen die potentielle Energie vernachlässigen und die Zustandsgleichung idealer Gase einführen kann, so ergibt sich nach einigen Umformungen:

$$\frac{w_1^2}{2} + c_p \cdot T_1 = \frac{w_2^2}{2} + c_p \cdot T_2 \quad \text{Gl:20}$$

Die Gleichung gilt für reibungsfreie Strömungen. Die Energiegleichung wird insbesondere bei der Berechnung von Rohrströmungen und Ausströmvorgängen angewendet.

3.3 Impulssatz

Der aus der Mechanik bekannte Impulssatz lautet: Die Summe der Impulse eines Systems ist konstant, falls nur innere Kräfte wirken. Dabei wird mit Impuls das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit definiert:

$$\vec{I} = M \cdot \vec{w} \quad \text{Gl:21}$$

Bezogen auf eine Stromröhre gilt, dass der mit einem Fluid durch die Öffnungsquerschnitte in der Zeiteinheit dt ein- und austretende Impuls sich mit den auf die Stromröhre wirkenden äußeren Kräften im Gleichgewicht befindet:

$$\sum \frac{d\vec{I}}{dt} = \sum \vec{F} \quad \text{Gl:22}$$

Bei den auf Strömungen wirkenden äußeren Kräften \mathbf{F} handelt es sich vor allem um Druck-, Gewicht- und Reibungskräfte. Für einen beliebig gestalteten Strömungsraum lautet der Impulssatz:

$$\sum_i^n \rho_i \cdot \dot{V}_i \cdot \vec{w}_i = \sum \vec{F} \quad \text{Gl:23}$$

mit n - Anzahl der Öffnungen i - Nummer der Öffnung

Für den Impulssatz gelten keine Einschränkungen hinsichtlich Qualität, Art und Form des Fluids. Um den Impulssatz anzuwenden, muss der Strömungsraum abgegrenzt werden sowie ein Lageplan und davon ausgehend ein Kräfteplan

angefertigt werden. Der Impulssatz findet z.B. Anwendung bei der Berechnung von Wasserstrahlpumpen oder von Kräften an einem Rohrkrümmer.

3.4 Drallsatz

Aus der Mechanik ist die Analogie von Rotations- und Translationsbewegung bekannt. Davon ausgehend ist der Drall L (Impulsmoment) das Äquivalent zum Impuls I . Bei gekrümmter Strömung ist deshalb der Drall zu berücksichtigen. Für den Drall L gilt:

$$L = M \cdot r \cdot w_u \quad \text{Gl:24}$$

mit M – Masse
 w_u - Fluidgeschwindigkeit (Umfangskomponente)
 r - Bezugsradius (senkrecht auf w)

Für die Betrachtung der Energieumwandlung in Strömungsmaschinen ist die Aussage von Bedeutung, dass die Geschwindigkeitskomponente verwendet wird, die senkrecht auf dem Radius steht, also in Umfangsrichtung zeigt. Analog zum Impulssatz kann der Drallsatz formuliert werden:

$$\sum \vec{L} = \sum \vec{T} \quad \text{Gl:25}$$

Dabei ist T das durch die äußeren Kräfte gebildete Drehmoment. Daraus ergibt sich, dass jedes äußere Drehmoment einen Drall bzw. jede Dralländerung ein Drehmoment zur Folge hat. Der Drallsatz findet z.B. seine Anwendung bei der Berechnung der Lauf- und Leiträder von Strömungsmaschinen.

3.5 Ähnlichkeitsgesetze

Viele Strömungsprobleme können auf Grund ihrer Kompliziertheit nicht analytisch und sehr schwer numerisch gelöst werden. Deshalb sind Experimente notwendig, die vielfach an dem geplanten Original (z.B. Schiffs- und Flugzeugkörper, PKW-Karosserie, Gebäude) nachgebildeten Modellen durchgeführt werden müssen. Damit die Versuchsergebnisse vom Modell auf die Großausführung übertragbar sind, muss zwischen den Strömungen am Modell und Original Ähnlichkeit bestehen. Strömungen werden als ähnlich bezeichnet, wenn die geometrischen und charakteristischen physikalischen Größen für beliebige, einander jedoch zugeordnete Stellen der zu vergleichenden Strömungsfelder zu entsprechenden Zeiten jeweils proportional sind. In der folgenden Tabelle sind die geometrischen und physikalischen Größen sowie ihre Verknüpfungen beim Vergleich zusammengestellt. Die ebenfalls zu den physikalischen Eigenschaften zählenden thermischen Kenngrößen spielen bei Ähnlichkeitsbetrachtungen inkompressibler Strömungen keine Rolle. Es ist zu beachten, dass eine vollkommene physikalische Ähnlichkeit von Strömungsvorgängen kaum zu erzielen ist. Viel wichtiger ist, die für den konkreten Fall wesentlichen physikalischen Größen miteinander zu vergleichen und entsprechende Kriterien zu berücksichtigen. Dazu dienen dimensionslose, voneinander unabhängige Ähnlichkeitsgrößen, die auch als dimensionslose Kennzahlen bezeichnet werden.

Tabelle 2: Geometrische Ähnlichkeit und physikalische Ähnlichkeit

Strömung ①	Strömung ②
Längen L_1 Flächen A_1 Volumina V_1 mittlere Rauhigkeit k_1	Längen L_2 Flächen A_2 Volumina V_2 mittlere Rauhigkeit k_2
Verknüpfungen: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{L_1^2}{L_2^2} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{L_1^3}{L_2^3} \quad \frac{k_1}{L_1} = \frac{k_2}{L_2}$	

Strömung ①	Strömung ②
Geschwindigkeit w_1 Beschleunigung a_1 Masse m_1 Zeit t_1 Kraft F_1 Dichte ρ_1 dynamische Zähigkeit η_1 kinematische Zähigkeit ν_1	Geschwindigkeit w_2 Beschleunigung a_2 Masse m_2 Zeit t_2 Kraft F_2 Dichte ρ_2 dynamische Zähigkeit η_2 kinematische Zähigkeit ν_2
Verknüpfungen: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{w_1/t_1}{w_2/t_2} = \frac{w_1 \cdot t_2}{w_2 \cdot t_1}$ da $w_1 = \frac{L_1}{t_1}$ wird $t_2 = \frac{L_1}{w_2}$ und $t_2 = \frac{L_2}{w_2}$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{w_1 \cdot \frac{L_1}{w_2}}{w_2 \cdot \frac{L_1}{w_1}} = \frac{w_1^2 \cdot L_2}{w_2^2 \cdot L_1}$ $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 \cdot V_1}{\rho_2 \cdot V_2} = \frac{\rho_1 \cdot L_1^3}{\rho_2 \cdot L_2^3}$	

Die für die Strömungstechnik wichtigsten dimensionslosen Kennzahlen sind:

- **Reynolds-Zahl Re**

Diese Kenngröße ist das wichtigste Ähnlichkeitsgesetz inkompressibler Fluide. Die *Reynolds-Zahl* ist wie folgt definiert:

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu} \tag{Gl:26}$$

mit w - Strömungsgeschwindigkeit
 L - charakteristische Länge
 ν - kinematische Viskosität

Die *Reynolds-Zahl* charakterisiert die Strömungsform, bedingt durch die Einflüsse der Trägheit und Viskosität.

- **Mach-Zahl Ma**

Die *Mach-Zahl* ist analog der *Reynolds-Zahl* die wichtigste Kenngröße für die Beschreibung kompressibler Strömungen. Sie ist definiert mit:

$$Ma = \frac{w}{a} \tag{Gl:27}$$

mit w - Strömungsgeschwindigkeit
 a - Schallgeschwindigkeit im Fluid

Bei Strömungen von kompressiblen Fluiden kann bis $Ma \approx 0,3$ die Kompressibilität vernachlässigt werden.

- Froude - Zahl Fr

Diese Ähnlichkeitskenngröße ist das Kriterium für die Ähnlichkeit von Strömungsvorgängen, die im Wesentlichen durch die Schwerkraftwirkung des Fluids verursacht werden. Sie ist deshalb besonders bei der Wellenbildung wichtig und hat Bedeutung in der Schiffstheorie. Die Definition der *Froude* - Zahl lautet:

$$Fr = \frac{w}{\sqrt{g \cdot L}} \quad \text{Gl:28}$$

mit w – Strömungsgeschwindigkeit
 g – Erdbeschleunigung
 L - charakteristische Länge

Darüber hinaus gibt es noch weitere Ähnlichkeitskennzahlen, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen werden soll. Für die in den Kennzahlen auftretenden Größen sind die Werte einzusetzen, die das betreffende Strömungsproblem charakterisieren. Charakteristische Größen sind bei:

- **Innenströmung (in Rohrleitungen und Strömungskanälen)**
 für w : die mittlere Strömungsgeschwindigkeit
 für L : bei Kreisrohren der Rohrendurchmesser d oder
 bei beliebigen Kanälen der gleichwertige Durchmesser
- **Außenströmung (umströmte Körper)**
 für w : die ungestörte Anströmgeschwindigkeit
 für L : die Profiltiefe, Länge, Grenzschichtdicke (siehe 4.2) oder
 der Außendurchmesser

Die experimentellen Modellversuche zur Ähnlichkeit werden in besonderen Versuchseinrichtungen, wie Wind- oder Schleppkanälen durchgeführt. Die dort unter den verschiedensten Versuchsbedingungen aufgenommenen Messwerte der Strömung werden durch Gleichsetzen der Ähnlichkeitskennzahlen auf die Großausführung umgerechnet.

4 Strömungsformen und Grenzschichttheorie

4.1 Laminare Strömung

Fluidteilchen bewegen sich in wohlgeordneten nebeneinander laufenden Schichten, die sich weder durchsetzen, noch miteinander mischen. Dabei können die einzelnen Schichten verschiedene Geschwindigkeiten haben und aneinander vorbeigleiten. *Reynolds* wies als erster diese Strömungsform durch Einleiten von Farbstoff in die Strömung nach (*Bild 14*).

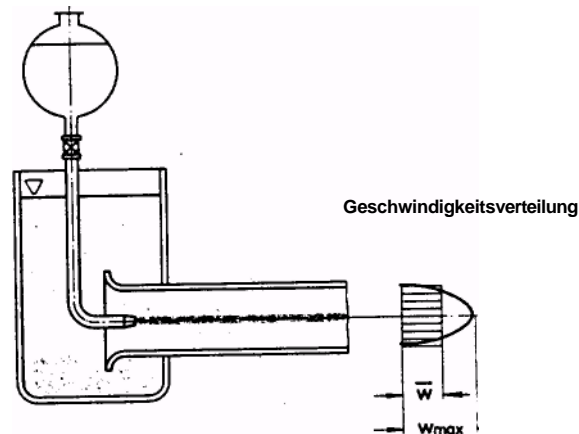


Bild 14: Laminare Strömung

Wird die Geschwindigkeitsverteilung gemessen, so ergibt sich die in Bild 14 dargestellte parabelförmige Verteilung.

4.2 Turbulente Strömung

Wird die Strömungsgeschwindigkeit eines laminaren Strömungsfeldes gesteigert, ändert sich das Strömungsbild ab einem kritischen Wert erheblich. Die Trägheitskräfte vergrößern sich im Verhältnis zu den Einflüssen der Viskosität. Die laminare Strömung wird labil und ein eingeleiteter Farbstahl zerfällt und vermischt sich mit der Grundströmung (*Bild 15*).

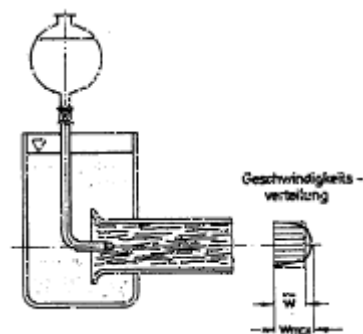


Bild 15: Turbulente Strömung

Die Geschwindigkeitsverteilung ist wesentlich gleichmäßiger als bei laminarer Strömung. Turbulente Strömung tritt nur im realen (reibungsbefahenen) Fluid auf, da die Turbulenz durch die Fluidreibung an den Begrenzungswänden der Strömung aufrechterhalten wird. Von den Wänden lösen sich ständig Wirbel ab, die ins Fluidinnere eindringen und so die Mischbewegung verursachen. Der

Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung wird durch folgende Größen bestimmt:

- der Strömungsgeschwindigkeit w
- der Fluidart, gekennzeichnet durch Dichte ρ und kinematische Viskosität ν
- den Abmessungen des Strömungsfeldes.

Die *Reynolds* - Zahl ist die Kenngröße für die Strömungsform und den Umschlag von laminarer in turbulente Strömung. Der Umschlag erfolgt im Bereich einer sogenannten kritischen *Reynolds* -Zahl. Die Werte der kritischen *Reynolds* - Zahl Re_{kr} sind:

- für Innenströmungen : $Re_{kr} = 2320$

Das bedeutet, dass oberhalb $Re = 2320$ in der Praxis immer turbulente Strömung herrscht.

- für Außenströmungen : $Re_{kr} = 2 \cdot 10^5 \dots 5 \cdot 10^5$

Im Gegensatz zur Innenströmung liegt hier keine scharfe Grenze für den Umschlag fest. In der Regel erfolgt der Umschlag an der Stelle des Druckminimums.

4.3 Grenzschichttheorie

Zwischen der eine Strömung begrenzenden Wand und der in geringen Abstand von der Wand annähernd reibungsfreien Strömung befindet sich eine dünne Übergangsschicht, die so genannte Grenzschicht. In dieser relativ dünnen Grenzschicht vollzieht sich der Übergang von der Wandgeschwindigkeit zum Geschwindigkeitswert der unbeeinflussten Strömung. Nach der Grenzschichttheorie wird damit das Strömungsfeld in zwei, allerdings nicht scharf voneinander getrennte Bereiche eingeteilt:

- annähernd reibungsfreie Strömung (unbeeinflusste Strömung)
- Grenzschicht (Randströmung)

Die Fluidviskosität wird fast ausschließlich in der Grenzschicht wirksam (d.h. die durch Adhäsion verursachte Haftreibung), während ihre Wirkung in der unbeeinflussten Strömung unbedeutend ist. Im Zusammenhang mit der Grenzschichttheorie müssen insbesondere noch folgende Probleme behandelt werden:

- Grenzschichtdicke

Als Grenzschichtdicke δ wird der Abstand von der Wand definiert, an dem sich die Geschwindigkeit nur noch um 1% von der unbeeinflussten Strömung unterscheidet (*Bild 16*).

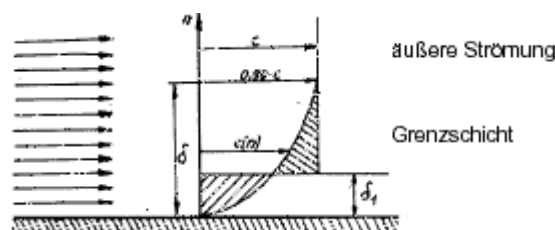


Bild 16: Grenzschichtdicke

- Verdrängungsdicke δ_1

Diese Größe gibt an, um welchen Betrag die Stromlinien der äußeren Strömung durch die Grenzschicht nach außen verschoben werden (Verdrängungswirkung der Grenzschicht).

- Grenzschichtströmung

Die Strömung in der Grenzschicht kann ebenfalls laminar oder turbulent sein. Wie bei der turbulenten unbeeinflussten Strömung sind auch in der turbulenten Grenzschichtströmung Komponenten in Längs- und Querrichtung überlagert. Da diese Komponenten in unmittelbarer Wandnähe infolge der Haftbedingungen verschwinden, hat jede turbulente Grenzschicht unmittelbar in Wandnähe eine dünne laminare Unterschicht (viskose Schicht).

- Grenzschichtablösung

Grenzschichten können sich unter bestimmten Bedingungen von den Begrenzungsflächen lösen. Die Strömung wird dabei von der Wand des durchströmten Rohres (*Bild 17*) oder der Oberfläche des umströmten Körpers abgedrängt.

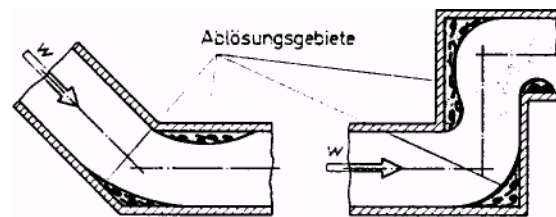


Bild 17: Grenzschichtablösung in einer Rohrströmung

Die verzögerte Grenzschicht wandert in das Innere der Strömung, verstärkt die Turbulenz und erhöht die Strömungsverluste. Nach der Grenzschichtablösung strömen die Fluidteilchen der Richtung des Druckabfalls folgend, der Hauptströmung entgegen. Als Ablösepunkt ist die Grenze zwischen Vor- und Rückströmung der wandnächsten Schicht definiert. Zwischen Wand und der abgelösten Strömung bildet sich ein mit Wirbeln durchsetzter Bereich, ein so genannter Wirbel- oder Totraum. Toträume sind die Ursache der größten Strömungsverluste. Insbesondere bei der Umströmung von Körpern spielt die Grenzschichtablösung eine große Rolle. Wird ein Körper angeströmt, staut sich die Strömung im so genannten Staupunkt S auf; dabei wird die Geschwindigkeit zu Null. Vom Staupunkt ausgehend teilt sich die Strömung und folgt der Körperform. Am Körperanfang ist der Charakter der Grenzschicht auf Grund der geringen Geschwindigkeit in Staupunktnähe meist laminar. Längs des Körpers erfolgt ein Umschlag in turbulente Grenzschichtströmung und die Grenzschichtdicke nimmt zu (*Bild 18*)

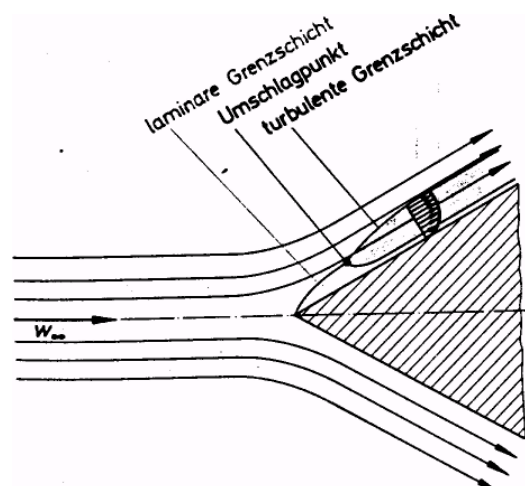


Bild 18: Grenzschichtströmung am umströmten Körper

Bis zur größten Körperdicke wird die Strömung beschleunigt und liegt am Körper an. Verringert sich die Körperdicke danach wieder oder sind scharfe Kanten ausgebildet, kommt es zur Grenzschichtablösung und damit Wirbelbildung. Um die Ablösestelle weiter nach hinten zu bringen, macht man sich den Fakt zunutze, dass das Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Grenzschicht voller ist als das der laminaren. Damit bleibt die Geschwindigkeit bis dicht an die Wand größer und die Grenzschicht kann sich infolge der höheren kinetischen Energie länger gegen den steigenden Druck bewegen. In der konstruktiven Ausführung sind bei Ablösegefahr turbulente Grenzschichten anzustreben. Dies kann auch durch besondere Maßnahmen erreicht werden, wie z.B. Aufrauen der Oberfläche oder so genannte Grenzschichtabsaugung. Wenn es zu einer Wirbelbildung kommt so erfolgt die Ablösung der Wirbel an gegenüberliegenden Körperkanten alternierend und es bildet sich hinter dem Körper eine so genannte Wirbelstraße. Die Ablösefrequenz der Wirbel kann schwingungstechnische Probleme verursachen (z.B. bei Brücken und Gebäuden). Wirbelbildung lässt sich durch eine Stromlinienform, das heißt schlank ausgeführte Verjüngung zum Körperende hin weitgehend vermeiden.

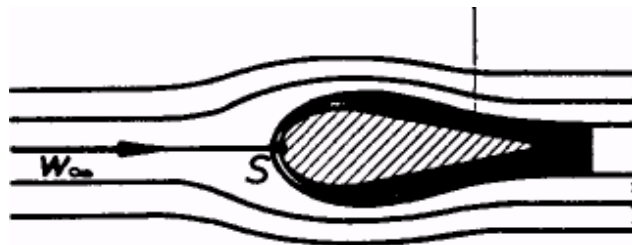


Bild 19: Stromlinienförmiger Körper

4.4 Potentialströmung

Unter einer Potentialströmung wird die Strömung einer reibungsfreien Flüssigkeit verstanden. Die Viskosität der Flüssigkeit wird vernachlässigt. Das Strömungsbild ist symmetrisch und die Strömung verlustfrei.

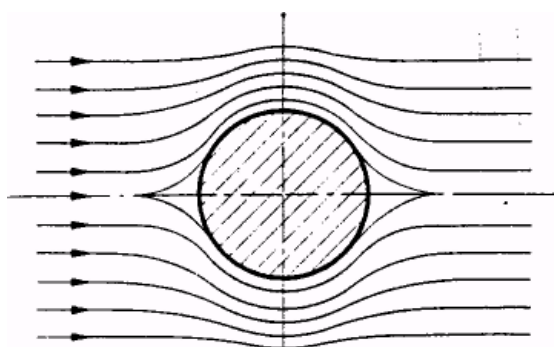


Bild 20: Potentialströmung

In der Potentialströmung ist für jeden beliebig geformten Körper der Strömungswiderstand gleich Null.

Das Gebiet außerhalb der Grenzschicht kann bei Umströmungen von Körpern als drehungsfrei, also als Potentialströmung behandelt werden.

Bei strömungstechnisch günstigen Körpern mit kleinem Ablösungsgebiet kann die Geschwindigkeitsverteilung bis zum Ablösungspunkt potentialtheoretisch berechnet werden. Der Einfluss der Reibung wird nachträglich durch eine spezielle Grenzschichtrechnung erfasst.