

Übungsaufgaben zu Kapitel 3.4, Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion

Kapitel 3.4, Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion

- a) Bestimmen Sie die Nullstellen, die Schnittpunkte mit der y-Achse sowie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$!

1) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{2}{3}$

2) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{11}{3}$

3) $y = \frac{2}{5}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + \frac{x}{10} - \frac{1}{10}$

4) $y = 2x^3 - 3x^2$

5) $y = 2x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{x^3}{12}$

6) $y = x^3 - 3x^2 - 24x - 28$

7) $y = 3x^2 + 9x - x^3 - 2$

- b) Ermitteln Sie die folgenden Grenzwerte!

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1}$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^6}{n}$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 1}{n^2 + 1}$

4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+2}$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x}{x^2}$

7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x}{x^2}$

8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2+1}$

9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2+1}$

10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{x}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\sin x - \frac{\cos x}{x} \right)$

13) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-4}$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot x)$

15) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4x+4}$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-2x+5}{\cos x}$

c) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte!

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \frac{p}{2}} \frac{\sin \left(\frac{p}{2} - x \right)}{x - \frac{p}{2}}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \tan x}{x^2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1.5} \frac{2x - 3}{x^2}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{x^2}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 1.5} e^{\frac{2x-3}{x^2}}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1.5} \cos \frac{2x - 3}{x^2}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{2x-3}{x^2}}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 5}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)e^x}{\cos x}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - x - 1}{5x^3 + x^2 - x + 1}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - x + 1}{5x^2 + x - 1}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 3}{5x^3 + x^2 + 4}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1 + x\sqrt{x}}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{5x} - 5}{x - 5}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{7x}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$25) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{x^2}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{x^2}$$

- 27) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x + 1}$
- 28)s $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x}\sqrt{x} - 8}{\sqrt[4]{x} - 2}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^3 + x + 2}$
- 31) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x^2 - x + 4}{x^3 + x^2 - 16x - 16}$
- 32) $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{3}} \frac{9x^2 - 24x + 16}{12x^2 - 7x - 12}$
- 33) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{3x}$
- 34) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 + 2x - 1}{3x^2 - x}$
- 35) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x - 15}$
- 36) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 7x + 10}$
- 37) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 7x + 9x^4}{5x^4 + 6x - 9x^2}$
- 38) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^5 - 3x^2 + 1}{6x^2 - 9x + 27}$
- 39) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^2 - 9x + 27}{4x^5 - 3x^2 + 1}$
- 40) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 1}{7x^2 - x}$
- 41) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 1}{7x^4 - x}$
- 42) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$
- 43) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 9x + 20}$
- 44) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$
- 45) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin x}$
- 46) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{1 + 2x}}{2 - \sqrt{x}}$
- 47) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$
- 48) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$
- 49) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}$
- 50) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}$
- 51) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$

d) Bestimmen Sie den Grenzwert folgender Funktionen!

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x\sqrt{x}} - 8}{\sqrt[4]{x} - 2}$$

$$2) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{1 + 2x}}{2 - \sqrt{x}}$$

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \cdot \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{\tan x}$$

$$5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$$