

Übungsaufgaben zu Kapitel 5.4, Technik des Integrierens

Kapitel 5.4.1, Integration durch Substitution

a) Lösen Sie die folgenden Integrale!

$$1) \int (a + b \cdot x)^n dx$$

$$2) \int \frac{1}{\cos(a \cdot x + b)^2} dx$$

$$3) \int e^{a \cdot x} dx$$

$$4) \int a^{b \cdot x} dx$$

$$5) \int \sqrt{2 + 3 \cdot x} dx$$

$$6) \int \frac{1}{\sqrt{2 - 3 \cdot x^2}} dx$$

$$7) \int \frac{1}{1 - 36 \cdot x^2} dx$$

$$8) \int \sin(x)^2 dx$$

$$9) \int \cos(x)^2 dx$$

$$10) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} dx$$

$$11) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$12) \int x \cdot (3 - x^2) dx$$

$$13) \int \frac{x}{1 + x^4} dx$$

$$14) \int u^2 \cdot e^{-u^3} du$$

$$15) \int x \cdot \sin(1 - x^2) dx$$

$$16) \int \sqrt[4]{(z^6 - 2)^3} \cdot z^5 dz$$

$$17) \int p \cdot (3 \cdot p^2 - 7)^3 dp$$

$$18) \int \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x} dx$$

$$19) \int (1 + \cos(t)^2) \cdot \sin(2 \cdot t) dt$$

$$20) \int \frac{1}{x \cdot \ln(x^3)^2} dx$$

$$21) \int \frac{z^8}{z^9 - 1} dz$$

$$22) \int \frac{\cos(x)}{3 + \cos(x)^2} dx$$

$$23) \int \frac{1}{\cos\left(\frac{t}{2}\right)^2 \cdot \tan\left(\frac{t}{2}\right)} dt$$

$$24) \int \frac{5^{3 - 2 \cdot \ln(x)}}{x} dx$$

$$27) \int \frac{\sqrt[4]{3 - 2 \cdot x}}{3 - 2 \cdot x} dx$$

$$28) \int \frac{x}{1 + x^2} dx$$

$$29) \int \tan(3 \cdot x) dx$$

$$30) \int \frac{e^{\tan(x)}}{\cos(x)^2} dx$$

$$31) \int \frac{\cos(x)}{\sqrt{1 - \sin(x)}} dx$$

$$32) \int \frac{1}{1 + \sqrt{x + 1}} dx$$

$$33) \int \frac{e^{2 \cdot x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}} dx$$

b) Lösen Sie folgende unbestimmte Integrale!

1) $\int \sqrt{x} \, dx$

2) $\int \sqrt[m]{x^n} \, dx$

3) $\int \frac{1}{x^2} \, dx$

4) $\int 10^x \, dx$

5) $\int (\sqrt{x+1}) \cdot (x - \sqrt{x+1}) \, dx$

6) $\int \frac{\sqrt{x-x^3} \cdot e^x + x^2}{x^3} \, dx$

7) $\int \frac{1+2x^2}{x^2 \cdot (1+x^2)} \, dx$

8) $\int \tan(x)^2 \, dx$

9) $\int 2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right)^2 \, dx$

10) $\int \frac{\cos(2x)}{\cos(x) - \sin(x)} \, dx$

11) $\int \cot(x)^2 \, dx$

12) $\int (x+1)^{15} \, dx$

13) $\int \sqrt{8-2x} \, dx$

14) $\int \frac{m}{\sqrt[3]{(a+bx)^2}} \, dx$

15) $\int \sin(2x-3) \, dx$

16) $\int \left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right)^{-2} \, dx$

17) $\int a^{3x} \, dx$

18) $\int a^{-x} \, dx$

19)
$$\int e^{-3 \cdot x + 1} dx$$

20)
$$\int (e^x + 1)^3 dx$$

21)
$$\int \frac{e^{2 \cdot x} - 1}{e^x} dx$$

22)
$$\int \frac{1}{2 \cdot x - 1} dx$$

23)
$$\int \frac{1}{\sqrt{3 - 3 \cdot x^2}} dx$$

24)
$$\int \frac{\ln(2)}{\sqrt{2 + 2 \cdot x^2}} dx$$

25)
$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - 25 \cdot x^2}} dx$$

26)
$$\int \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} dx$$

27)
$$\int \frac{1}{2 \cdot x^2 + 9} dx$$

28)
$$\int \frac{1}{\sqrt{4 - 9 \cdot x^2}} dx$$

29)
$$\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

30)
$$\int \frac{x^2}{x^3 + 1} dx$$

31)
$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$$

32)
$$\int \frac{e^{2 \cdot x}}{e^{2 \cdot x} + a^2} dx$$

33)
$$\int \frac{x^4}{\sqrt{4 + x^5}} dx$$

34)
$$\int \sin(x)^3 \cdot \cos(x) dx$$

35)
$$\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2} dx$$

36)
$$\int \frac{\cos(x)}{\sqrt[3]{\sin(x)^2}} dx$$

$$37) \int e^{(x^2)} \cdot x \, dx$$

$$38) \int e^{-x^3} \cdot x^2 \, dx$$

$$39) \int e^{\sin(x)} \cdot \cos(x) \, dx$$

$$40) \int e^x \cdot (\sin(e^x)) \, dx$$

$$41) \int \frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)} \, dx$$

$$42) \int \frac{1 + \sin(x)}{1 - \sin(x)} \, dx$$

$$43) \int (\tan(x)^2 + \tan(x)^4) \, dx$$

$$44) \int \cos(x) \cdot \sin(3 \cdot x) \, dx$$

$$45) \int \cos(2 \cdot x) \cdot \cos(3 \cdot x) \, dx$$

$$46) \int \sin(2 \cdot x) \cdot \sin(5 \cdot x) \, dx$$

$$47) \int \frac{1 - \sin(x)}{\cos(x)} \, dx$$

$$48) \int \frac{\sin(x)^3}{\cos(x)} \, dx$$

$$49) \int \frac{\cos(x)^3}{\sin(x)^4} \, dx$$

$$50) \int \frac{\sin(x)^3}{\sqrt{\cos(x)}} \, dx$$

$$51) \int \frac{1}{\cos(x)^4} \, dx$$

$$52) \int \cos(x)^3 \, dx$$

$$53) \int \tan(x)^4 \, dx$$

$$54) \int \sin(x)^5 \, dx$$

$$55) \int \sin(x)^4 \, dx$$

Kapitel 5.4.4, Partielle Integration

$$1) \int e^x \cdot \sin(x) \, dx$$

$$2) \int e^x \cdot \cos(x) \, dx$$

$$3) \int x^4 \cdot \ln(x) \, dx$$

$$4) \int \arcsin(x) \, dx$$

$$5) \int \frac{x}{\cos(x)^2} \, dx$$

$$6) \int \arctan(x) \, dx$$

$$7) \int \arccos(3 \cdot x) \, dx$$

$$8) \int \operatorname{arccot}(a \cdot x + b) \, dx$$

$$9) \int x \cdot e^{-x} \, dx$$

$$10) \int x \cdot 3^x \, dx$$

$$11) \int x \cdot \tan(x)^2 \, dx$$

$$12) I = \int x \cdot \cos(x)^2 \, dx$$

$$13) I = \int x \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) \, dx$$

$$14) \int \ln(x)^2 \, dx$$

$$15) I = \int \cos(\ln(x)) \, dx$$

$$16) I = \int \sin(\ln(x)) \, dx$$