

## Lösungen zu Kapitel 5.4, Technik des Integrierens

### Kapitel 5.4.1, Integration durch Substitution

a)

$$1) \frac{(a + b \cdot x)^{n+1}}{b \cdot (n+1)} + C$$

$$2) \frac{\tan(a \cdot x + b)}{a} + C$$

$$3) \frac{1}{a} \cdot e^{a \cdot x} + C$$

$$4) \frac{a^{b \cdot x}}{b \cdot \ln(a)} + C$$

$$5) \frac{2}{9} \cdot (\sqrt{2 + 3 \cdot x})^3 + C$$

$$6) \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \cdot x + C$$

$$7) \frac{1}{12} \cdot \ln\left(\left|\frac{6 \cdot x + 1}{6 \cdot x - 1}\right|\right) + C$$

$$8) \frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot x)\right) + C$$

$$9) \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot x) + x\right) + C$$

$$10) \frac{2}{3} \cdot (\sqrt{x+1})^3 - \frac{2}{3} \cdot (\sqrt{x})^3 + C$$

$$11) \sqrt{x^2 + 1} + C$$

$$12) -\frac{1}{4} \cdot (3 - x^2)^2 + C$$

$$13) \frac{1}{2} \cdot \arctan(x^2) + C$$

$$14) -\frac{1}{3} \cdot e^{-u^3} + C$$

$$15) \frac{1}{2} \cdot \cos(1 - x^2) + C$$

$$16) \frac{2}{21} \cdot \left(4\sqrt{z^6 - 2}\right)^7 + C$$

$$17) \frac{1}{24} \cdot (3 \cdot p^2 - 7)^4 + C$$

$$18) \frac{2}{3} \cdot (\sqrt{\ln(x)})^3 + C$$

$$19) -\frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot t) - \frac{1}{2} \cdot \cos(t)^4 + C$$

$$20) -\frac{1}{\ln(x^9)} + C$$

$$21) \frac{1}{9} \cdot \ln\left(\left|z^9 - 1\right|\right) + C$$

$$22) \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{\sin(x) + 2}{\sin(x) - 2}\right) + C$$

$$23) 2 \cdot \ln\left(\left|\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right|\right) + C$$

$$24) -\frac{1}{2 \cdot \ln(5)} \cdot 5^{3 - 2 \cdot \ln(x)} + C$$

27)  $-2 \cdot \sqrt[4]{3 - 2 \cdot x} + C$

28)  $\frac{1}{2} \cdot \ln(|1 + x^2|) + C$

29)  $-\frac{1}{3} \cdot \ln(|\cos(3 \cdot x)|) + C$

30)  $e^{\tan(x)} + C$

31)  $-2 \cdot \sqrt{1 - \sin(x)} + C$

32)  $2 \cdot (\sqrt{x+1} - \ln(|1 + \sqrt{x+1}|)) + C$

33)  $\frac{4}{21} \cdot \sqrt[4]{(e^x + 1)^3} \cdot (3 \cdot e^x - 4) + C$

b)

1)  $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + C$

2)  $\frac{m \cdot x^{\frac{n}{m+1}}}{n+m} + C$

3)  $C - \frac{1}{x}$

4)  $\frac{10^x}{\ln(10)} + C$

5)  $\frac{2}{5} \cdot x^2 \cdot \sqrt{x} + x + C$

6)  $C - \frac{2}{3 \cdot x \cdot \sqrt{x}} - e^x + \ln(|x|)$

7)  $\arctan(x) - \frac{1}{x} + C$

8)  $\tan(x) - x + C$

9)  $x - \sin(x) + C$

10)  $\sin(x) - \cos(x) + C$

11)  $C - \cot(x) - x$

12)  $\frac{(x+1)^{16}}{16} + C$

13)  $C - \frac{\sqrt{(8-2x)^3}}{3}$

14)  $\frac{3 \cdot m}{b} \cdot \sqrt[3]{a + b \cdot x} + C$

15)  $C - \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot x - 3)$

16)  $\frac{1}{2} \cdot \left( \tan(4 \cdot x) - \frac{1}{\cos(4 \cdot x)} \right) + C$

oder  $\frac{1}{2} \cdot \tan\left(2 \cdot x - \frac{\pi}{4}\right) + C$

17)  $\frac{a^{3 \cdot x}}{3 \cdot \ln(a)} + C$

18)  $-\frac{a^{-x}}{\ln(a)} + C$

19)  $\frac{-e^{1-3x}}{3} + C$

20)  $\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x + x + C$

21)  $e^x + e^{-x} + C$

22)  $\frac{1}{2} \ln(|2x - 1|) + C$

23)  $\frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin(x) + C$

24)  $\frac{\ln(2) \cdot \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{2}} + C$

25)  $\frac{1}{5} \arcsin(5x) + C$

26)  $\arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + C$

27)  $\frac{1}{3\sqrt{2}} \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{3}x\right) + C$

28)  $\frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{3}{2}x\right) + C$

29)  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$

30)  $\frac{1}{3} \ln(x^3 + 1) + C$

31)  $\ln(e^x + 1) + C$

32)  $\frac{1}{2} \ln(e^{2x} + a^2) + C$

33)  $\frac{2}{5} \sqrt{4+x^5} + C$

34)  $\frac{1}{4} \sin(x)^4 + C$

35)  $\frac{1}{\cos(x)} + C$

36)  $3 \cdot \sqrt[3]{\sin(x)} + C$

37)  $\frac{1}{2} e^{(x^2)} + C$

38)  $-\frac{1}{3} e^{-x^3} + C$

39)  $e^{\sin(x)} + C$

40)  $-\cos(e^x) + C$

41)  $2 \cdot \tan\left(\frac{x}{2}\right) - x + C$

42)  $2 \cdot \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - x + C$

43)  $\frac{1}{3} \tan(x)^3 + C$

44)  $-\frac{1}{4} \left( \frac{\cos(4x)}{2} + \cos(2x) \right) + C$

45)  $\frac{1}{10} \sin(5x) + \frac{1}{2} \sin(x) + C$

46)  $\frac{1}{6} \sin(3x) - \frac{1}{14} \sin(7x) + C$

47)  $\ln(1 + \sin(x)) + C$

48)  $\frac{\cos(x)^2}{2} - \ln(|\cos(x)|) + C$

$$49) \frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{3 \cdot \sin(x)^3} + C$$

$$50) 2 \cdot \sqrt{\cos(x)} \cdot \left( \frac{\cos(x)^2}{5} - 1 \right) + C$$

$$51) \tan(x) + \frac{1}{3} \cdot \tan(x)^3 + C$$

$$52) \sin(x) - \frac{\sin(x)^3}{3} + C$$

$$53) \frac{1}{3} \cdot \tan(x)^3 - \tan(x) + x + C$$

$$54) -\cos(x) + \frac{2}{3} \cdot \cos(x)^3 - \frac{1}{5} \cdot \cos(x)^5 + C$$

$$55) \frac{3}{8} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot \sin(2 \cdot x) + \frac{1}{32} \cdot \sin(4 \cdot x) + C$$

### Kapitel 5.4.4, Partielle Integration

$$1) \frac{1}{2} \cdot e^x \cdot (\sin(x) - \cos(x)) + C$$

$$2) \frac{1}{2} \cdot e^x \cdot (\cos(x) + \sin(x)) + C$$

$$3) \frac{1}{5} \cdot x^5 \cdot \ln(x) - \frac{1}{25} \cdot x^5 + C$$

$$4) x \cdot \arcsin(x) + \sqrt{1 - x^2} + C$$

$$5) x \cdot \tan(x) + \ln(|\cos(x)|) + C$$

$$6) x \cdot \arctan(x) - \frac{1}{2} \cdot \ln(|1 + x^2|) + C$$

$$7) x \cdot \arccos(x) \cdot 3 \cdot x - \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1 - 9 \cdot x^2} + C$$

$$8) \frac{1}{a} \cdot \left[ (a \cdot x + b) \cdot \operatorname{arccot}(a \cdot x + b) - \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \ln\left[|1 + (a \cdot x + b)^2|\right] \right] + C$$

$$9) -e^{-x} \cdot (x + 1) + C$$

$$10) \frac{3^x}{\ln(3)^2} \cdot (x \cdot \ln(3) - 1) + C$$

$$11) x \cdot \tan(x) - \frac{x^2}{2} + \ln(|\cos(x)|) + C$$

$$12) I = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{4} \cdot \sin(2 \cdot x) + \frac{1}{8} \cdot \cos(2 \cdot x) + C$$

$$13) I = \frac{1}{8} \cdot \sin(2 \cdot x) - \frac{x}{4} \cdot \cos(2 \cdot x) + C$$

$$14) x \cdot (\ln(x)^2 - 2 \cdot \ln(x) + 2) + C$$

$$15) \frac{1}{2} \cdot x \cdot (\cos(\ln(x)) + \sin(\ln(x))) + C$$

$$16) \frac{x}{2} \cdot (\sin(\ln(x)) - \cos(\ln(x))) + C$$