

6 Komplexe Zahlen

6.3.1 Die vier Grundrechenarten mit komplexen Zahlen

1)

a)	Zahl	Realteil	Imaginärteil	Betrag
	z_1	2	-2	$\sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$
	z_2	$6 \cdot \cos(3.5) = -5.619$	$6 \cdot \sin(3.5) = -2.105$	6
	z_3	$4 \cdot \cos\left(\frac{5}{6} \cdot \pi\right) = -2 \cdot \sqrt{3}$	$4 \cdot \sin\left(\frac{5}{6} \cdot \pi\right) = 2$	4

c) $\overline{z_1} = 2 + 2j$ $\overline{z_2} = 6 \cdot (\cos(2 \cdot \pi - 3.5) + j \cdot \sin(2 \cdot \pi - 3.5))$

$$\overline{z_3} = 4 \cdot \exp\left(j \cdot \frac{7}{6} \cdot \pi\right)$$

d) $z_1 := 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (\cos(315^\circ) + j \cdot \sin(315^\circ))$ $z_1 := 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \exp(j \cdot 315^\circ)$

$$z_2 := 6 \cdot \exp(3.5j)$$

$$z_2 := -5.6187 - 2.1047j$$

$$z_3 := -2 \cdot \sqrt{3} + 2j$$

$$z_3 := 4 \cdot \left(\cos\left(\frac{5}{6} \cdot \pi\right) + j \cdot \sin\left(\frac{5}{6} \cdot \pi\right) \right)$$

2) $z_1 := 13 \cdot (\cos(112.62^\circ) + j \cdot \sin(112.62^\circ))$ $z_1 := 13 \cdot \exp(j \cdot 112.62^\circ)$

$$z_2 := 4 \cdot (\cos(\pi) + j \cdot \sin(\pi))$$

$$z_2 := 4 \cdot \exp(j \cdot \pi)$$

$$z_3 := \cos\left(\frac{3}{2} \cdot \pi\right) + j \cdot \sin\left(\frac{3}{2} \cdot \pi\right)$$

$$z_3 := \exp\left(j \cdot \frac{3}{2} \cdot \pi\right)$$

3) $z_1 := 0.3537 + 4.9875j$

$$z_2 := -0.3537 - 4.9875j$$

4)

a) $-4 - j$

b) $6 + (3 \cdot \sqrt{3} - 12) \cdot j = 6 - 6.80385j$

c) $12 + j$

d) $1.6 - 1.8j$

4)

e) $8 \cdot \exp(j \cdot 178^\circ)$

f) $2 \cdot \exp(j \cdot 322^\circ)$

g) $4 \cdot \exp(j \cdot 75^\circ)$

h) $\exp(j \cdot 195^\circ)$

i) $0.6738 + 3.6583j$

5)

a) $1.2865 + 0.511j$

b) $6.0979 - 0.56186j$

c) $-20 + 18.66j$

d) $-0.99282 + 0.119615j$

e) $0.571 - 0.84j$

6.4 Potenzieren von komplexen Zahlen

1)

a) $2 + 11j$

b) $\frac{1}{9} \cdot (-1 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot j)$

c) $32 \cdot (\cos(100^\circ) + j \cdot \sin(100^\circ))$

d) $32 \cdot (\cos(260^\circ) + j \cdot \sin(260^\circ))$

e) $\frac{1}{4} \cdot \exp\left(j \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi\right) = -\frac{1}{8} \cdot (1 + \sqrt{3} \cdot j)$

f) $4 \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2}{3} \cdot \pi\right) = -2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot j$

6.5 Radizieren von komplexen Zahlen

1)

a) 1) $3j$

2) $-\frac{3}{2} \cdot (\sqrt{3} + j)$

3) $\frac{3}{2} \cdot (\sqrt{3} - j)$

b) $\sqrt[4]{8} \cdot \exp(j \cdot 30^\circ)$

$\sqrt[4]{8} \cdot \exp(j \cdot 120^\circ)$

$\sqrt[4]{8} \cdot \exp(j \cdot 210^\circ)$

$\sqrt[4]{8} \cdot \exp(j \cdot 300^\circ)$

c) $z_1 := \cos(36^\circ) + j \cdot \sin(36^\circ)$

$z_2 := \cos(108^\circ) + j \cdot \sin(108^\circ)$

$z_3 := \cos(180^\circ) + j \cdot \sin(180^\circ)$

$z_4 := \cos(252^\circ) + j \cdot \sin(252^\circ) = -j$

$z_5 := \cos(324^\circ) + j \cdot \sin(324^\circ)$

2)

a)	$\exp\left(j \cdot \frac{1}{12} \cdot \pi\right) = 0.9659 + 0.2588j$	$\exp\left(j \cdot \frac{5}{12} \cdot \pi\right) = 0.2588 + 0.9659j$
	$\exp\left(j \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi\right) = -0.7071 + 0.7071j$	$\exp\left(j \cdot \frac{13}{12} \cdot \pi\right) = -0.9659 - 0.2588j$
	$\exp\left(j \cdot \frac{17}{12} \cdot \pi\right) = -0.2588 - 0.9659j$	$\exp\left(j \cdot \frac{7}{4} \cdot \pi\right) = 0.7071 - 0.7071j$

b) $z_1 := 2 + 2j$ $z_2 := -2 - 2j$

6.6 Logarithmieren von komplexen Zahlen

1)

a)	$\ln(5) + j \cdot \frac{\pi}{7}$	b)	$\ln(3.5) + 2.3736j$
c)	$\ln(3) + j \cdot \pi$	d)	$\ln(1) = 0$
e)	$\ln(3) + 0.8411j$	f)	$e^{\frac{3}{2} \cdot \pi}$

2)

a) $3 \cdot \exp(j \cdot \pi) = -3$

b) $3 \cdot \exp(3j) = -2.96998 + 0.42336j$

c) $\frac{1}{3} \cdot \exp(0.5j) = 0.29253 + 0.15981j$

d) $e \cdot \exp(3.75j) = -2.23051 - 1.55366j$

e) $\exp(4) = 54.598$

f) $\exp(j) = 0.54030 + 0.84147j$

g) $1.28018 \cdot \exp(2.53j) = -1.04813 + 0.73504j$

h) $0.882497 \cdot \exp(0.456j) = 0.792325 + 0.388617j$