7 *Lineare Algebra*

7.1.1 *Transponierte einer Matrix*

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B^T = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, C^T = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -2 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

7.1.2 *Quadratische Matritzen*

Symmetrisch: B, C, E Schiefsymmetrisch: A, D

7.1.4 *Rechenoperationen von Matritzen*

1) a) $\begin{pmatrix} -35 & -15 \\ -26 & 22 \\ -57 & -59 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -3 & 18 & -15 \\ 26 & -32 & 12 \end{pmatrix}$

2) a) $\begin{pmatrix} 3 & -10 \\ -9 & 3 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$ b) Der Ausdruck A-2C+B ist nicht definiert:
A und C sind (2, 3)-Matrizen, B dagegen eine (3, 2)-Matrix.

3) Die Matrizenprodukte $A \cdot A = A^2$ und $B \cdot B = B^2$ ("Potenzen") existieren nicht.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 13 & 18 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 10 & 12 & 29 \\ 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \\ 1 & 8 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

Die Matrizen $A \cdot B$ und $B \cdot A$ sind von verschiedenem Typ und können nicht gleich sein.

4) a) $A \cdot (B + C)^T = \begin{pmatrix} 10 & 34 & 22 \\ 24 & 33 & 26 \end{pmatrix}$ b) $(A \cdot B)^T = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 15 & 32 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$

7.2 *Determinanten*

1) a) $\det A = -22$

$\det B = 0$

$\det C = -5 \cdot x$

2) a) 0

b) 264

c) 454

3) a) $\lambda_1 = 1,562$

$\lambda_2 = -2,562$

b) $\lambda_1 = 1$

$\lambda_1 = 2$

$\lambda_1 = 3$

7.2.2 *Determinanten höherer Ordnung*

1)

a) $$\det A = -(-5) \cdot \left| \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 7 & 0 & -3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \right| + 3 \cdot \left| \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -3 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix} \right| = 664$$

b) $$\det A = 1 \cdot \left| \begin{pmatrix} -5 & 3 & 0 \\ 1 & 7 & -3 \\ 9 & 3 & 5 \end{pmatrix} \right| - 4 \cdot \left| \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ -5 & 3 & 0 \\ 1 & 7 & -3 \end{pmatrix} \right| = 664$$

2) Es ist: $$\left(\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} \right) = \left| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -4 & 3 \\ 3 & -6 & 15 \end{pmatrix} \right| = 0$$