

## 10 Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Variablen

### 10.1 Doppelintegral unter Verwendung kartesischer Koordinaten

- a)  $I = \frac{1}{3}$       b)  $I = \frac{77}{4}$       c)  $I = 59.1$
- d)  $I = 1$       e)  $I = \frac{4}{9} \cdot \sqrt{(ab)^3}$       f)  $I = \frac{3}{2}$
- g)  $I = (e - 1)^2$       h)  $I = \frac{\pi}{12}$       i)  $I = \ln\left(\frac{25}{24}\right)$
- j)  $I = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$       k)  $I = \ln\left(\frac{\sqrt{2+2}}{\sqrt{3+1}}\right)$       l)  $I = 2$
- m)  $I = \frac{-\pi}{16}$       n)  $I = \frac{7}{3}$       o)  $I = \frac{7}{8} - \frac{3}{128} \cdot e^4 - \frac{1}{2} \cdot \ln(2)$
- p)  $I = \frac{2 \cdot e^3 + 1}{18}$       q)  $I = \frac{1}{2} \cdot \ln(3)$       r)  $I = \frac{1}{630}$
- s)  $I = \frac{2}{3}$       t)  $I = \ln\left(\frac{b+1}{a+1}\right)$       u)  $I = \frac{2}{5}$
- v)  $I = \frac{8}{\pi^3} + \frac{4}{\pi^2}$       w)  $I = \frac{1}{4}$       x)  $I = \frac{1}{24}$
- y)  $I = 467.07$

### 10.2 Doppelintegral in Polarkoordinaten

- a)  $I = 1$       b)  $I = 8 \cdot \pi$       c)  $I = \frac{\pi}{2} \cdot \left(a^2 - \frac{7}{8}\right) - \frac{2}{3}$
- d)  $I = \pi \cdot a^2$       e)  $I = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi^3}{6}$       f)  $I = 0$
- g)  $I = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot \pi}\right)$       h)  $I = \frac{-11}{8} \cdot \pi - 1$       i)  $I = 0$
- j)  $I = 2 \cdot \sqrt{3}$       k)  $I = -2 \cdot \pi$       l)  $I = \frac{1}{2} \cdot (e^\pi - 3)$
- m)  $I = \frac{9}{8} \cdot \pi + 1$       n)  $I = 4 - \pi$       o)  $I = -2 \cdot \pi^2$
- p)  $I = \frac{2}{3} \cdot \pi^2 - \frac{3}{4} \cdot \pi$       q)  $I = 0$       r)  $I = 1$
- s)  $I = \frac{2}{3}$

### 10.2.1 Flächeninhalt

- a)  $A = 5.75 \cdot FE$     b)  $A = 7.13 \cdot FE$     c)  $A = 0.446 \cdot FE$   
d)  $A = 6.15 \cdot FE$     e)  $A = 9.38 \cdot FE$     f)  $A = 8.04 \cdot FE$   
g)  $A = 9 \cdot FE$     h)  $A = 3.17 \cdot FE$     i)  $A = \frac{125}{6} \cdot FE$   
j)  $A = \frac{9}{4} \cdot (\pi - 2) \cdot FE$     k)  $A = -37 \cdot FE$     l)  $A = \frac{125}{6} \cdot FE$

### 10.2.2 Schwerpunkt einer homogenen ebenen Fläche

- 1) a)  $S(0, 0.6)$     b)  $S\left(0, \frac{40}{9 \cdot \pi}\right)$     c)  $S(2.1, 0.36)$   
d)  $S(-0.5, 2.4)$
- 2) a)  $S\left(-\frac{4 \cdot R}{9 \cdot \pi}, \frac{4 \cdot R}{9 \cdot \pi}\right)$     b)  $S\left(\frac{4 \cdot a}{3 \cdot \pi}, \frac{4 \cdot b}{3 \cdot \pi}\right)$
- 3)  $S(0, 2.16)$